

Statisch balanceren

WB1643 Werktuigkundig Ontwerpproject 3

Giuseppe Radaelli
TU Delft / Mechanical Engineering

Gepubliceerd op 2026-03-24

Laatst bijgewerkt op 2026-07-29

Inhoudsopgave

1 Inleiding	2
2 Wat is statisch balanceren? Waar wordt het voor gebruikt?	2
3 Gewicht balanceren met contragewicht	2
4 Veren balanceren met veren	5
5 Gewicht balanceren met veren	7
6 Varianten van veer-veer balancers	8
7 Ideale veren: Veren met nul-vrije-lengte	10
Bibliografie	11

1 Inleiding

Deze pagina dient als naslag bij het college over “Statisch balanceren” horende bij het vak WOP3A.

2 Wat is statisch balanceren? Waar wordt het voor gebruikt?

Statisch balanceren is een techniek die meestal wordt toegepast om aandrijfkrachten van mechanische systemen laag te houden, met als doel te kunnen besparen op energieverbruik, maar ook op de grootte van actuatoren of van de menselijke inspanning om het systeem te bewegen. Wanneer de grootste last-component die een aandrijving moet overwinnen conservatieve krachten zijn, bijvoorbeeld gewicht of veerkracht, dan is het soms mogelijk om deze te balanceren met andere conservatieve krachten. Dit zorgt ervoor dat de totale actie van gebalanceerde en balancerende krachten elkaar neutraliseert, en dat de actuator(en) minder kracht moeten leveren om het systeem te bewegen of op z'n plek te houden.

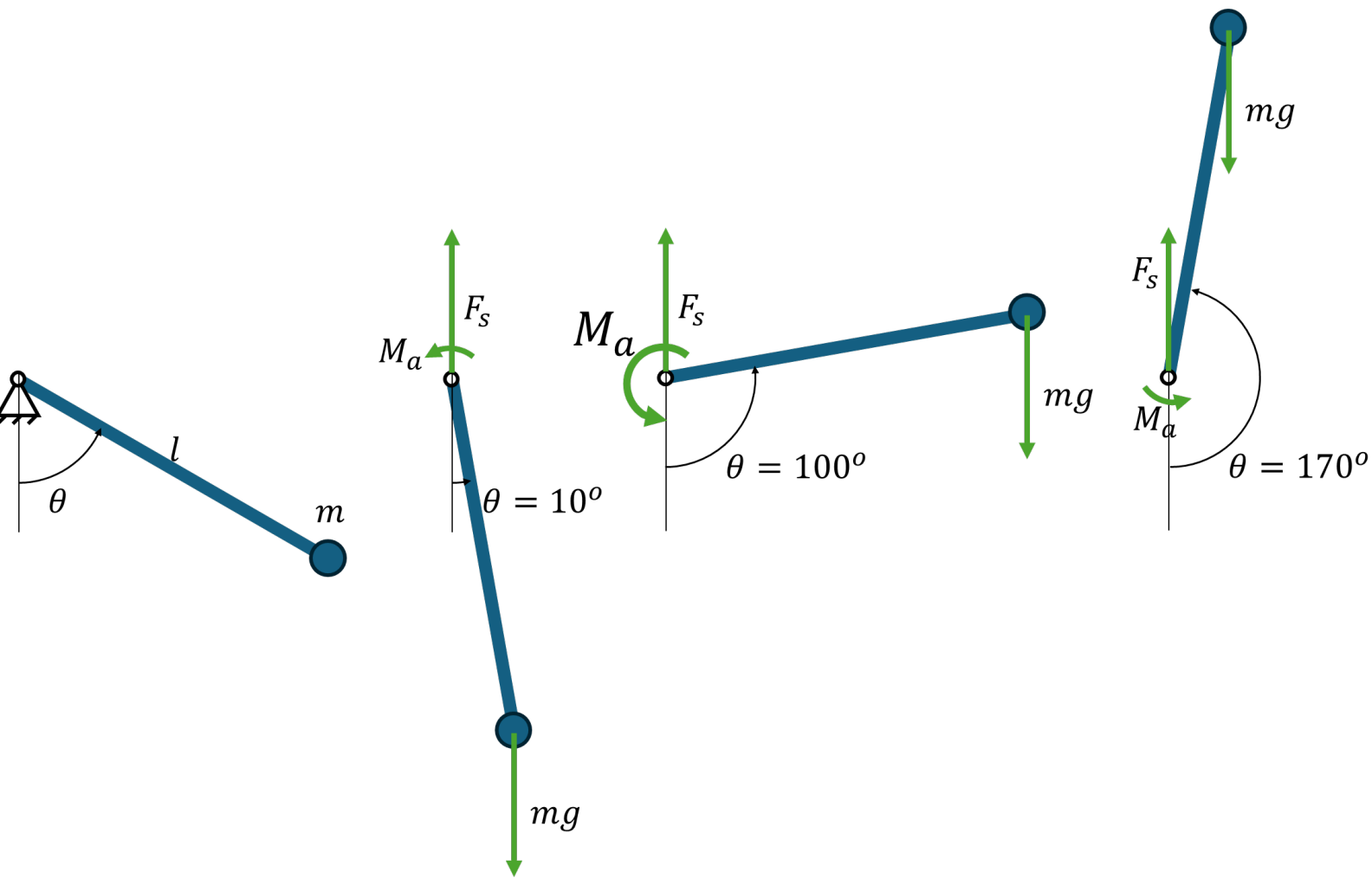
Omdat conservatieve krachten per definitie alleen te maken hebben met positie en niet met snelheid, bewegingsrichting en versnelling, kunnen krachten zoals wrijving, luchtweerstand, demping en inertiaële krachten niet statisch gebalanceerd worden.

Voor het statisch balanceren analyseren we het systeem in een quasi-statische toestand. Dat wil zeggen dat hoewel het systeem vrijheidsgraden heeft en dus in beweging kan komen, we de dynamische invloeden in de analyse verwaarlozen, alsof het systeem heel langzaam beweegt, zonder grote versnellingen. Dat betekent niet dat het systeem niet snel zou kunnen bewegen, maar wel dat de balans niet werkt ten aanzien van de extra krachten die daarmee gepaard gaan.

In dit college beperken we ons tot systemen met één graad van vrijheid (rotatie). In het algemeen is deze techniek daar niet toe beperkt. In de wetenschappelijke literatuur zijn veel voorbeelden te vinden van statisch gebalanceerde systemen met meerdere vrijheidsgraden.

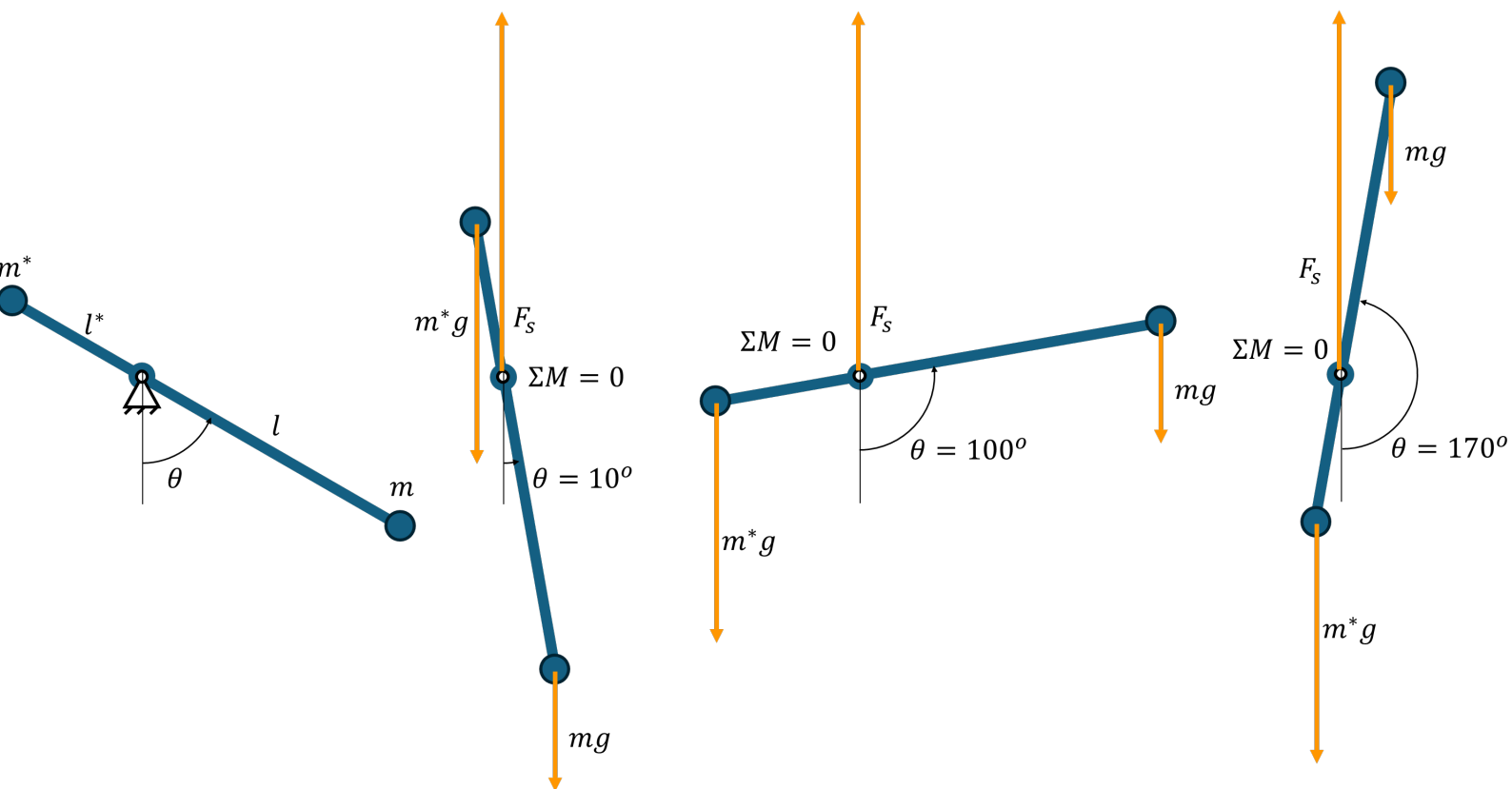
3 Gewicht balanceren met contragewicht

We beschouwen een slinger die in de aanwezigheid van zwaartekracht, aangedreven door een actuator in het scharnierpunt, een volledige omwenteling uitvoert. Omdat het momentarm van de zwaartekracht varieert, is het benodigde aandrijfmoment sinusvormig.



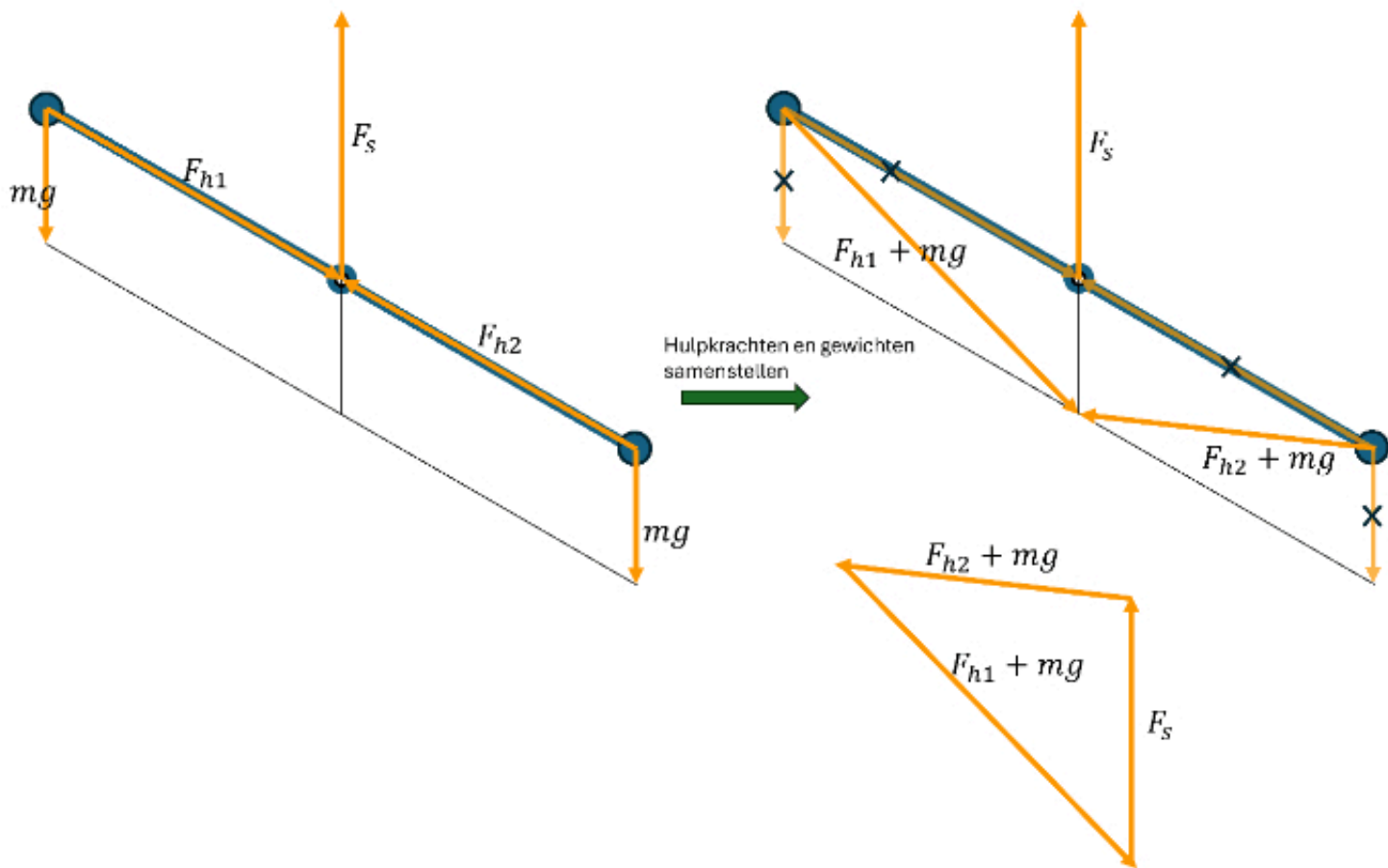
Figuur 1: Ongebalanceerde slinger: Kinematische weergave en vrijlichaamsdiagrammen in verschillende standen. Het aandrijfmoment M_a is afhankelijk van de hoek θ .

Door het toevoegen van een goed gekozen contragewicht zorgt men ervoor de actuator een extra sinusvormig moment ervaart, die in tegenfase is (180 deg). De som van de momenten is dus nul over het gehele bewegingsbereik. De voorwaarde voor het contragewicht is dat $ml = m^*l^*$, waarbij m en m^* de massa's aan weerszijde zijn, en l en l^* de slingerlengtes aan weerszijde zijn. Een contragewicht kan dus klein zijn op een lange slinger, of groot zijn op een korte slinger, en alles daartussenin.



Figuur 2: Gebalanceerde slinger: Kinematische weergave en vrijlichaamsdiagrammen in verschillende standen. De scharnierreactiekracht F_s is constant en het aandrijfmoment M_a is altijd nul.

Als we een grafische krachtenanalyse uitvoeren op een gebalanceerde slinger-combinatie, wordt het duidelijk dat het systeem in evenwicht is, ongeacht de stand van het systeem. Een moeilijkheid voor een grafische analyse in dit geval is dat alle krachten parallel aan elkaar zijn, het snijpunt van de drie externe krachten (scharnierreactiekracht en twee gewichten) zich in het oneindige bevindt. We passen daarom het principe van hulpkrachten toe (zie WOP1) op een niet willekeurige manier die later nuttig zal blijken. De hulpkrachten (die netto nul zijn omdat ze elkaar opheffen) laten we precies samenvallen met de slingerstang. Aan het momentevenwicht wordt in elke stand voldaan doordat de drie krachten altijd snijden in hetzelfde punt. Ook aan de krachtevenwicht wordt in elke stand voldaan zoals getoond hieronder.



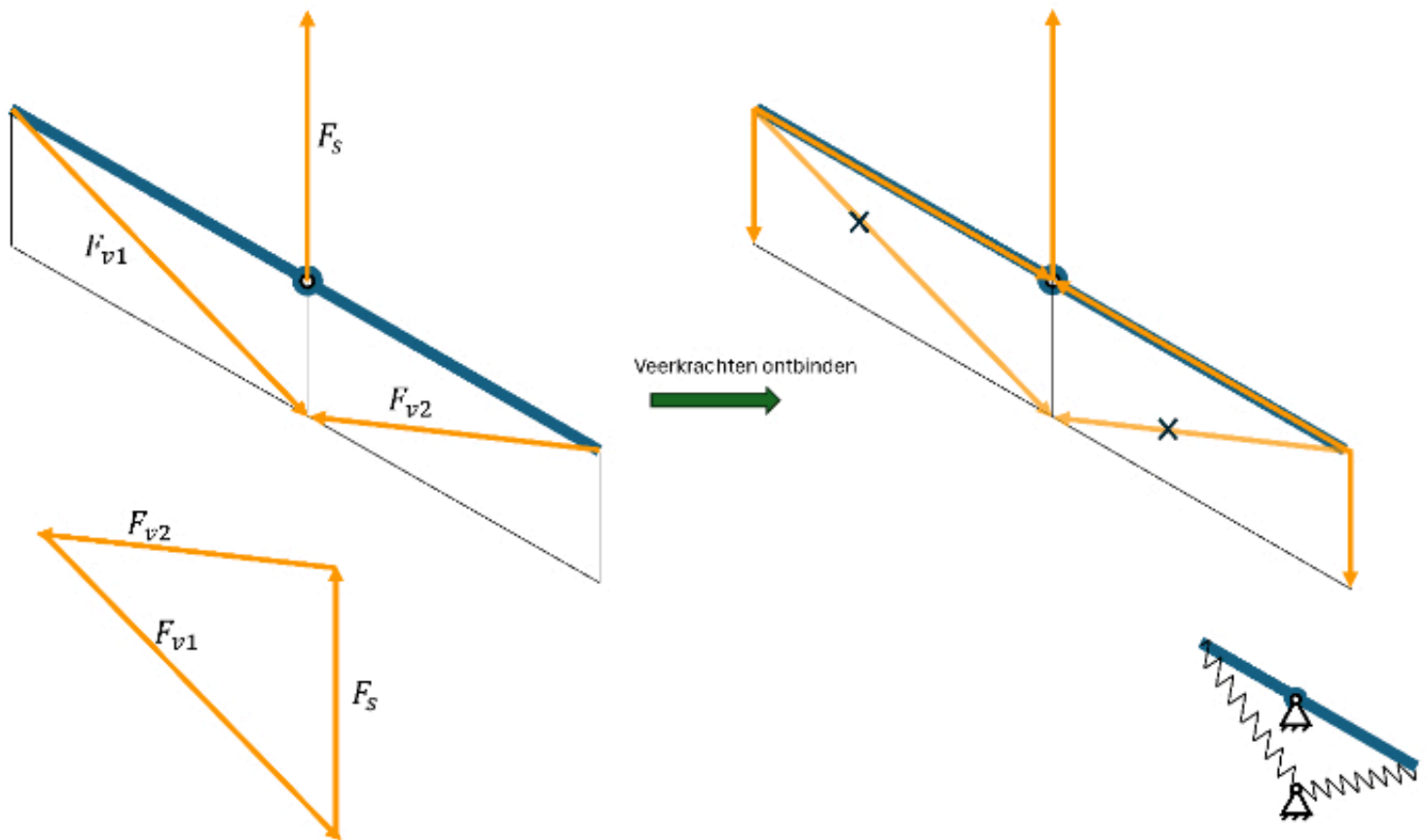
Figuur 3: Slinger met contragewicht: grafische krachtenanalyse met behulp van hulpkrachten

Merk op dat in een met contragewicht gebalanceerde systeem het massamiddelpunt van het gehele systeem zich in alle standen in het scharnierpunt bevindt. Als dat zo is, heeft het gewicht altijd een momentarm gelijk aan nul waardoor het aandrijfmoment ook nul is. Dit is weliswaar een makkelijke(re) benadering dan de krachtenanalyse hiervoor. De krachtenanalyse is echter ook een opzet naar het volgende.

4 Veren balanceren met veren

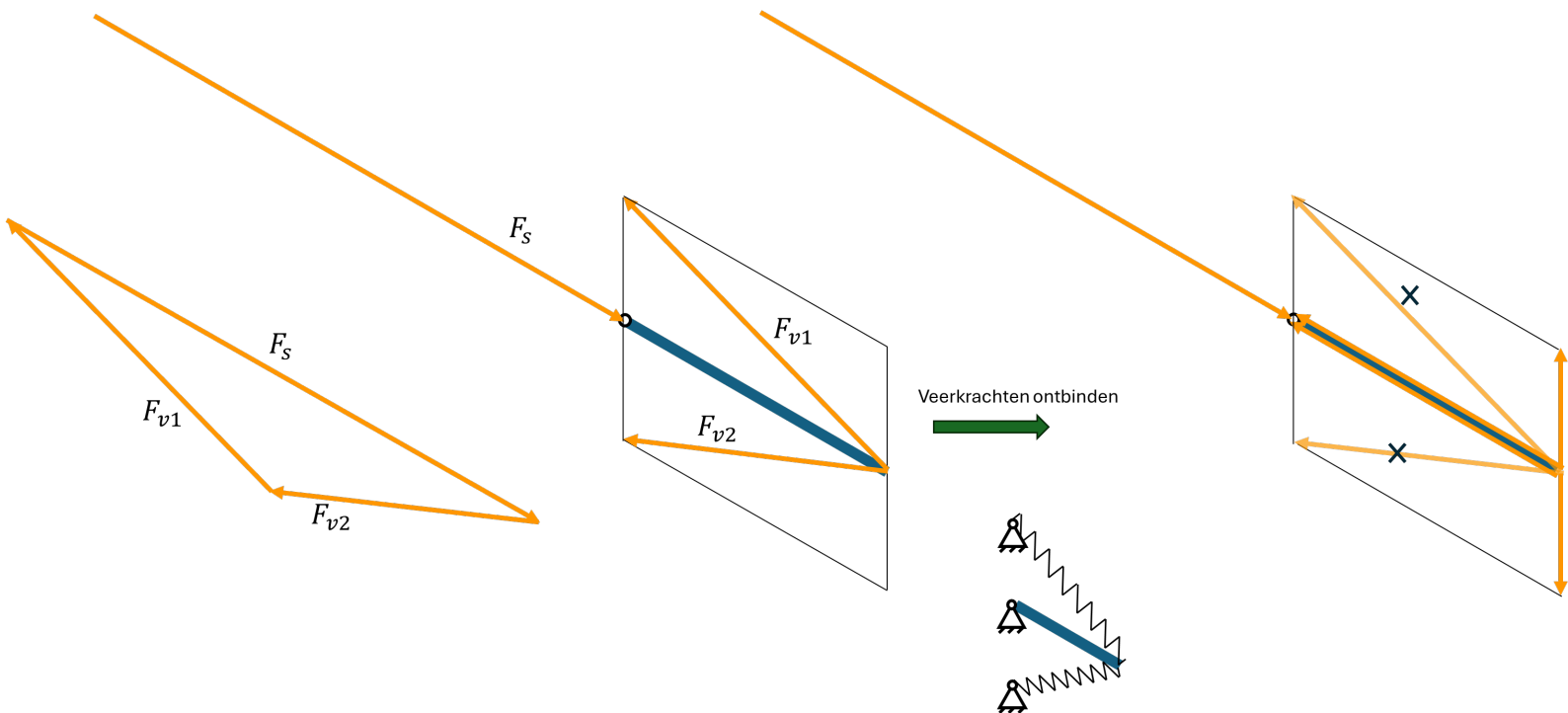
We beschouwen nu een systeem waarin een veer die aangrijpt op een roterende stang statisch wordt gebalanceerd met een tweede veer aan dezelfde stang. Hier wordt gebruik gemaakt van ideale veren, waarover meer in een latere paragraaf. In een ideale veer is de kracht evenredig aan de lengte, en kan dus de krachtvector één op één overlappen met de veer. De krachtenanalyse lijkt verdacht veel op de eerdere analyse met alleen gewichten, met het verschil dat de fictieve hulpkrachten nu werkelijke krachtscomponenten van de veer zijn. De werklijn van deze krachtscomponenten gaan door het scharnier en hebben dus geen effect op het aandrijfmoment. De andere component van de twee veren is gelijkwaardig aan de

gewichten in de eerdere paragraaf, in de zin dat ze hun richting én lengte bewaren in elke stand.



Figuur 4: Veer met veer gebalanceerd: Krachtenanalyse en ontbinding in verticale en radiale richting. Merk de overeenkomst met de slinger met contragewicht op.

In een andere variant op de veer-met-veer gebalanceerde stang grijpen de veren aan dezelfde kant van het scharnier aan. Het krachterevenwicht ziet er dan als volgt uit.

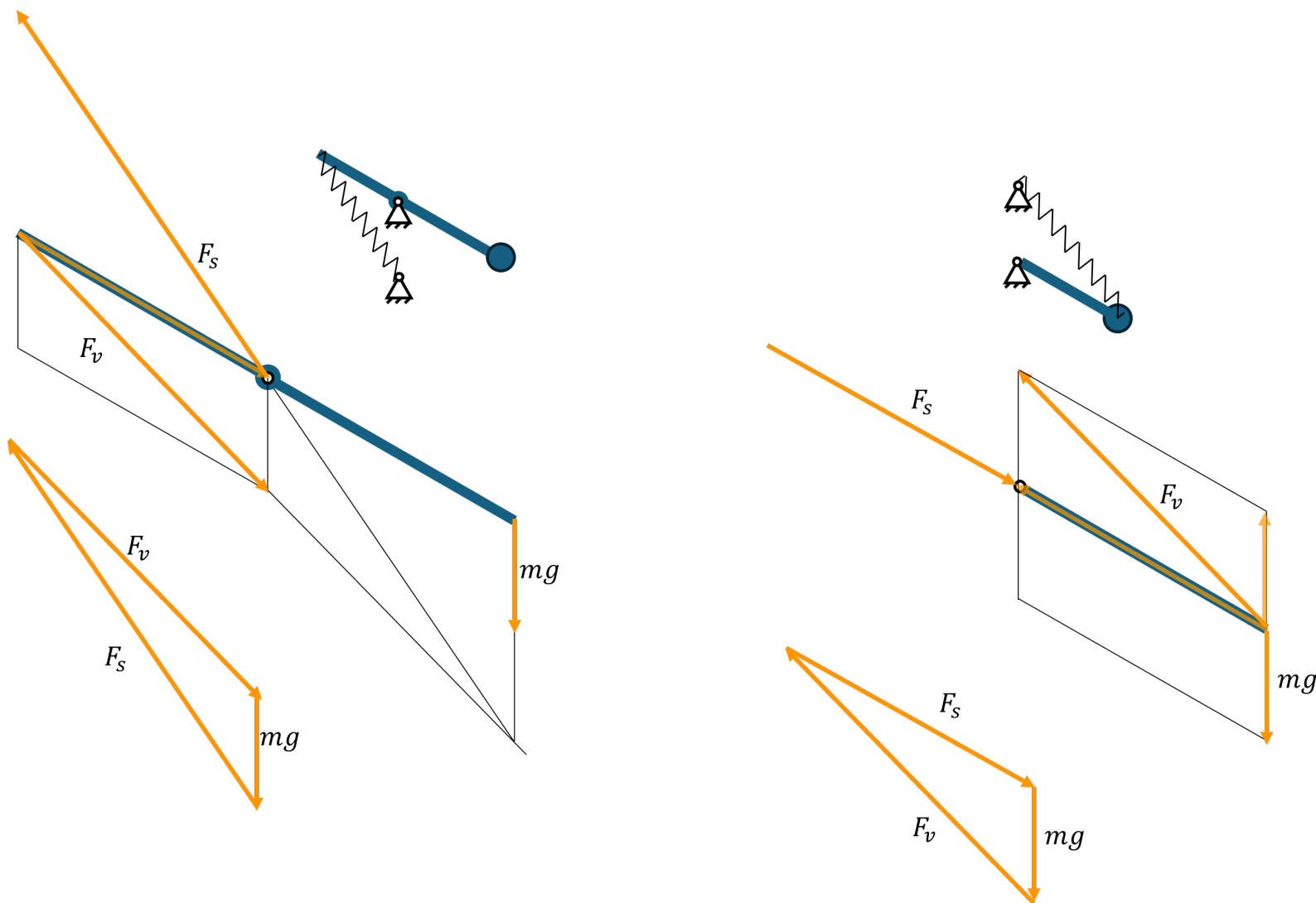


Figuur 5: Veer met veer gebalanceerd aan dezelfde kant van het scharnier: Krachtenanalyse en ontbinding in verticale en radiale richting.

5 Gewicht balanceren met veren

In de praktijk komt het balanceren van gewichten vaker voor dan het balanceren van veren. Men kan ook voor een combinatie kiezen waarin gewichten worden gebalanceerd met veren. Dat heeft als voordeel dat men minder massa en gewicht toevoegt aan het hele systeem.

Gebaseerd op de voorgaande twee figuren, zien we hieronder dat gewichten en ideale veren een equivalente invloed hebben en dus min of meer willekeurig verwisseld kunnen worden. Dit geldt voor het verkrijgen van perfect balans en dus voor het elimineren van de benodigde aandrijfkrachten. Echter, de reactiekrachten op de scharnier, die van invloed zijn op bijvoorbeeld de belasting op de lagers, is niet identiek.



Figuur 6: Gewicht gebalanceerd met een veer in twee varianten.

6 Varianten van veer-veer balancers

Hieronder worden enkele varianten op de veer-veer balancers getoond, die enkele mogelijke modificaties illustreren op de eerder getoonde veer-veer balancers. Rekening houdend met het equivalente effect van een gewicht en een ideale veer op een slinger, kan men ook varianten bedenken op de veer-gewicht balancers.

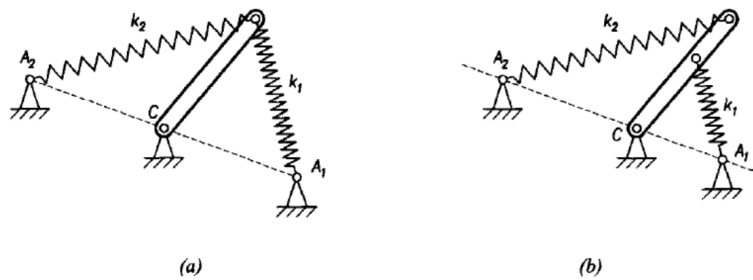


Figure 4.11 Modification rule 1: variation of parameters: (a) basic spring force balancer, (b) reduced arm lengths and increased stiffness of spring-lever element labeled 1. Note that the potential and the pivot force are affected.

Figuur 7: Door de aangrijpingspunten op het frame en op de slinger aan te passen kan men veren gebruiken met verschillende stijfheden. Figuur genomen uit [1]

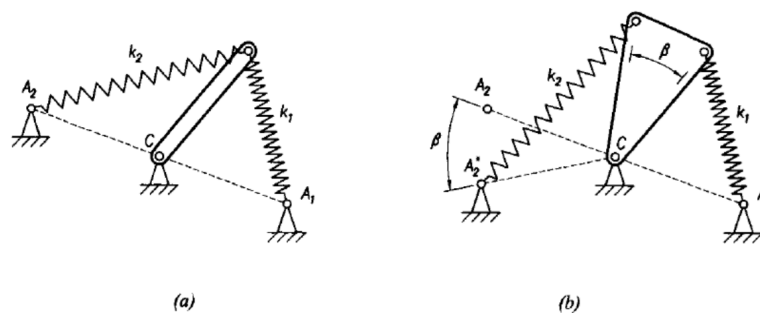


Figure 4.13 Modification rule 2: rotation of spring-lever elements: (a) basic spring force balancer, (b) result after element labeled 2 was frozen, rotated counterclockwise by an angle β , and thawed. This arrangement is called the spring butterfly.

Figuur 8: Door de aangrijpingspunten op het frame en op de slinger met dezelfde hoek ten opzichte van het scharnier te roteren, behoudt het systeem het statisch balans. Figuur genomen uit [1]

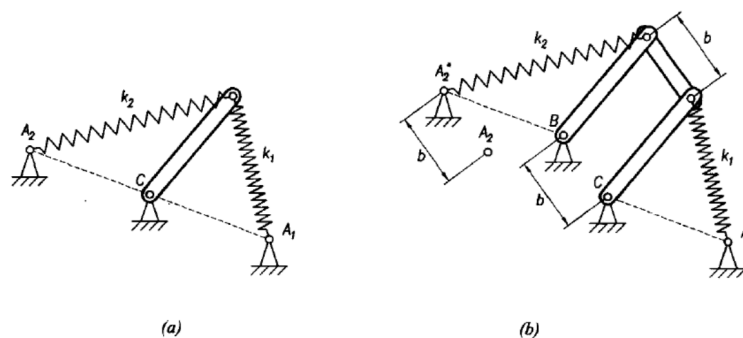


Figure 4.14 Modification rule 3: shift of spring-lever elements: (a) basic spring force balancer, (b) result after element labeled 2 was shifted by the vector $b = b e_b$.

Figuur 9: Door de slinger te vervangen met een parallellogram, waarin de tegenoverstaande stangen dus dezelfde hoek hebben, behoudt ook hier het systeem zijn statisch balans. Figuur genomen uit [1]

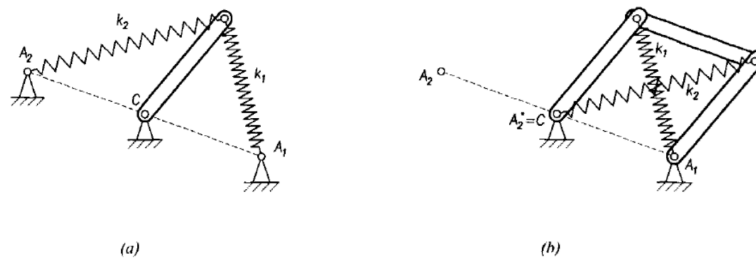


Figure 4.15 Special shift modification: (a) basic spring force balancer, (b) balanced parallelogram.

Figuur 10: Deze variant lijkt heel erg op de voorgaande, waarin de extra stang tussen de twee slingers in de andere richting staat. De veren zijn nu aan de binnenkant van de parallelogram. Ook hier is statisch balans nog van toepassing. Figuur genomen uit [1]

7 Ideale veren: Veren met nul-vrije-lengte

Het uitgangspunt dat de veerkracht evenredig is aan de veerlengte, dus dat $F = kl$, is een voorwaarde voor de voorgaande analyses om perfect geldig te zijn. Voor de meeste gangbare veren geldt echter dat de veerkracht evenredig is aan de uitrekking, niet aan de lengte. Dus $F = k(l - l_0)$, waarin l_0 , de vrije-lengte, een referentielengte is: als de veer die lengte zou hebben zou de veerkracht nul zijn. In werkelijkheid is de vrije-lengte vaak korter dan de veer zelf in ongespannen toestand doordat de veer al enige voorspanning bezitten dus de wikkelingen elkaar al raken.

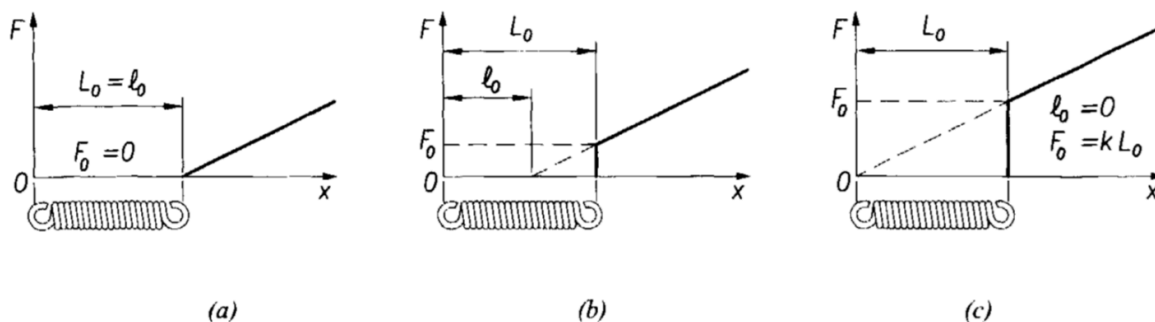


Figure 4.2 Spring characteristics: (a) extension spring with zero initial tension so that free length equals initial length, (b) extension spring with some initial tension so that the free length is smaller than the initial length, (c) spring with zero-free-length due to an initial tension of kL_0 .

Figuur 11: Uitleg van vrije-lengte en van ideale veren, d.w.z. veren met een nul-vrije-lengte. Figuur genomen uit [1]

Het is theoretisch mogelijk om tijdens productie de voorspanning zo regelen dat de vrije-lengte nul zou worden, en daarmee een ideale veer zou worden. In de praktijk wordt meestal gekozen voor alternatieve mechanische uitvoeringen met bijvoorbeeld kabels en katrollen. In onderstaand voorbeeld wordt de veer “verstoppt” achter een katrol. De lengte tussen katrol en aanknopingspunt van de kabel is proportioneel aan de veerkracht en dus ook de kracht in de kabel.

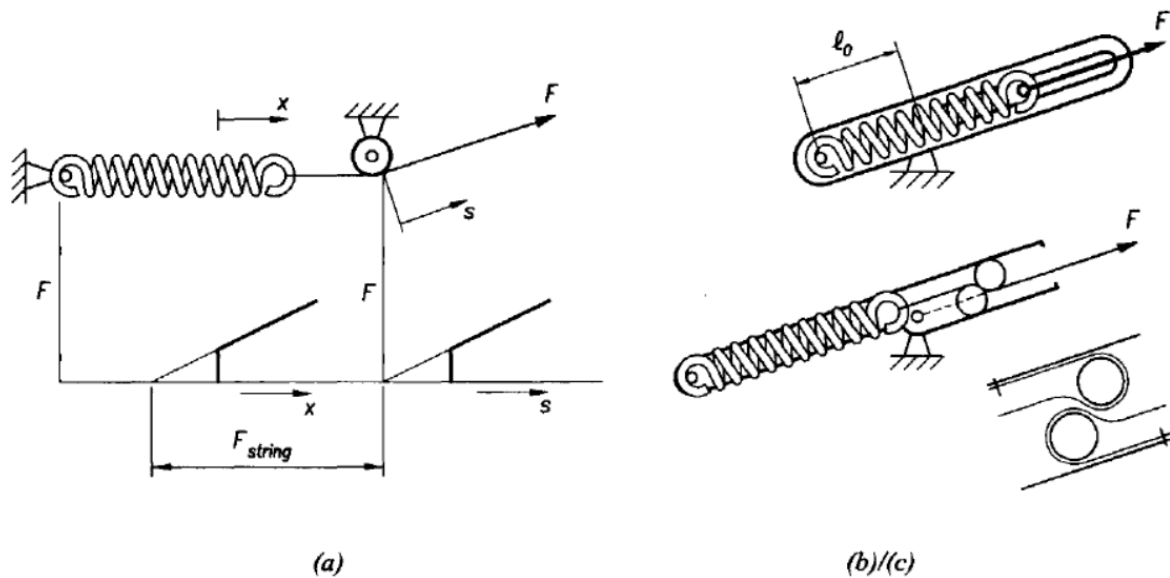


Figure 4.5 Practical embodiments of zero free length springs (additional versions included in appendix 4.1): (a) pulley and string [4.2], (b) storing the free length away behind the pivot using a guiding element [4.2], (c) similar, with rolling-link guide.

Figuur 12: Voorbeelden van praktische uitvoeringsvormen om het gedrag van ideale veren na te bootsen. Figuur genomen uit [1]

Bibliografie

- [1] J. Herder, "Energy-free systems: theory, conception and design of statically balanced spring mechanisms", Dissertation (TU Delft), s.n., 2001.